

文章编号:1674-2869(2009)01-0091-04

非线性需求下厂商二度价格歧视的博弈分析

鲁倩¹, 曾祥金¹, 张裕²

(1. 武汉理工大学理学院数学系, 湖北 武汉 430070;

2. 华中师范大学数学与统计学院, 湖北 武汉 430079)

摘要: 在给定一类典型非线性需求函数的条件下, 就二度价格歧视问题, 用博弈论的方法对两实力相当寡头和 1 领导厂商 1 追随厂商市场情形的二度价格歧视进行了分析, 并对两种情形二度价格歧视的特点进行了比较分析. 研究表明, 两实力相当寡头进行二度价格歧视获得的消费者剩余更多, 而两种情形的收益大小关系与参数 a 的取值有关, 文章给出了参数 a 的取值与两种情形收益大小的具体关系.

关键词: 非线性需求; 寡头厂商; 二度价格歧视; 博弈论

中图分类号: F016; O232 文献标识码: A

0 引言

价格歧视理论近年来受到了广泛的关注, 有许多文章对其进行了深入地研究. 文献[1]用明确的数学模型给出了垄断厂商如何对需求区间进行分段; 文献[2]研究了非线性需求函数条件下二度价格歧视问题, 给出了三段定价和四段定价条件下垄断厂商收益最大化条件. 文献[3]对一类非线性需求函数 $P = \frac{A}{Q}$ ($A > 0$) 情形下的二度价格歧视问题进行了研究, 得出了一些符合实际情形的结果. 但在实际的经济活动中, 价格和需求量可能满足其它的非线性关系. 本文对另一类典型的非线性需求函数 $P = \exp(a - bQ)$ ($a, b > 0$) 情形下寡头厂商的二度价格歧视问题进行了细致地研究. 之所以选择这个函数, 一方面由于这个函数较为简单又具有典型性, 并且符合需求函数的特点; 另一方面, 在实际应用中, 如果由已知统计数据 (P_i, Q_i) $i = 1, 2, \dots, n$ 得到的散点图呈非线性, 我们可以根据实际情况用 $P = \exp(a - bQ)$ ($a, b > 0$) 进行曲线拟和, 用最小二乘法估计参数 a, b , 从而确定出需求函数的拟和曲线.

1 两实力相当寡头厂商实施二度价格歧视的博弈分析

假设寡头厂商 1 和 2 生产同样的产品, 面对相同的非线性需求函数 $P = \exp(a - bQ)$ ($a, b > 0$), 其中 P 为价格, Q 为需求量, 两厂商各自选择

产量, 以使自己的收益最大. 现将非线性需求函数 $P = \exp(a - bQ)$ ($a, b > 0$) 转化为线性需求函数 $P' = a - bQ$ ($a, b > 0$) 进行考虑. 分析方法与线性需求函数情形^[4]类似.

1.1 单一定价

设厂商 1, 2 的产量分别为 q_1, q_2 , 则市场总产量为 $Q = q_1 + q_2$, 两厂商实力相当, 同时决定自己的产量, 则两寡头在线性需求 $P' = a - bQ$ ($a, b > 0$) 下的收益分别为:

$$u'_1 = P'q_1 = [a - b(q_1 + q_2)]q_1$$

$$u'_2 = P'q_2 = [a - b(q_1 + q_2)]q_2$$

设 (q_1^*, q_2^*) 是此博弈的纳什均衡, 即 q_1^* 和 q_2^* 分别是两寡头厂商在对方产量既定的情况下, 各自选择能使自己的收益最大化的产量, 这是一个完全信息静态博弈, 解出 $q_1^* = q_2^* = \frac{a}{3b}$, 则总产量

$$Q = \frac{2a}{3b}, \text{ 则在非线性需求下价格 } P = \exp\left(\frac{a}{3}\right), \text{ 两寡头在非线性需求下获得的最大收益之和 } (u_1 + u_2)_{\max} = Pq_1^* + Pq_2^* = \frac{2a}{3b} \exp\left(\frac{a}{3}\right), \text{ 两寡头在非线性需求下的消费者剩余 } CS = \frac{1}{b} \exp(a) - \left(\frac{1}{b} + \frac{2a}{3b}\right) \exp\left(\frac{a}{3}\right).$$

性需求下的消费者剩余 $CS = \frac{1}{b} \exp(a) - \left(\frac{1}{b} + \frac{2a}{3b}\right) \exp\left(\frac{a}{3}\right)$.

1.2 价格歧视

设两寡头都将各自产量分为 2 段: $(0, q_1] = (0, q_{11}] \cup (q_{11}, q_1]$, $(0, q_2] = (0, q_{21}] \cup (q_{21}, q_2]$, 记

收稿日期: 2008-05-23

作者简介: 鲁倩(1983-), 女, 山东潍坊人, 硕士研究生. 研究方向: 金融数学与数量经济分析.

指导老师: 曾祥金, 男, 博士, 教授, 博士生导师. 研究方向: 金融数学与数量经济分析, 微观经济分析与对策论.

$q_1 = q_{12}, q_2 = q_{22}$, 即 q_{ij} 中, i 表示寡头厂商, j 表示分段点. $Q_2 = q_{12} + q_{22}$ 为两寡头最优产量之和, 此时价格为 $P'_2 = a - bQ_2$; $Q_1 = q_{11} | q_{21}$ 为两寡头在分段点 1 处产量之和, 此时价格为 $P'_1 = a - bQ_1$. 寡头 1 在 $(q_{11}, q_{12}]$ 定价为 P'_2 , 在 $(0, q_{11}]$ 定价为 P'_1 ; 寡头 2 在 $(q_{21}, q_{22}]$ 定价为 P'_2 , 在 $(0, q_{21}]$ 定价为 P'_1 , 进行价格歧视, 此时各自的收益为:

$$u_1^d = P'_1 q_{11} + P'_2 (q_{12} - q_{11})$$

$$u_2^d = P'_1 q_{21} + P'_2 (q_{22} - q_{21})$$

两寡头同时决策, 以最大化自己的收益. 寡头 1, 2 分别在对方分段点给定的条件下确定自己的分段点, 这仍是一个完全信息静态博弈. 设 (q_{11}^*, q_{21}^*) 是本博弈的纳什均衡,

$$\text{解出 } q_{11}^* = q_{21}^* = \frac{1}{3}(q_{12} + q_{22}) = \frac{1}{3}(q_1 + q_2).$$

由前面决策分析, 取 $q_{12} = q_1^* = \frac{a}{3b}, q_{22} = q_2^* = \frac{a}{3b}$, 求得 $q_{11}^* = q_{21}^* = \frac{2a}{9b}$.

非线性需求下两寡头在各自产量的第一分段和第二分段的价格分别为:

$$P_1 = \exp\left(\frac{5a}{9}\right), P_2 = \exp\left(\frac{a}{3}\right).$$

非线性需求下两寡头获得的最大收益之和:

$$(u_1^d + u_2^d)_{\max} = \frac{4a}{9b} \exp\left(\frac{5a}{9}\right) + \frac{2a}{9b} \exp\left(\frac{a}{3}\right).$$

非线性需求下消费者剩余: $CS = \frac{1}{b} \exp(a) - \frac{2a+9}{9b} \exp\left(\frac{a}{3}\right) - \frac{4a}{9b} \exp\left(\frac{5a}{9}\right)$.

两实力相当寡头实施二度价格歧视, 使总收益增长, 则非线性需求下两寡头收益的增长率为:

$$\frac{(u_1^d + u_2^d)_{\max} - (u_1 + u_2)_{\max}}{(u_1 + u_2)_{\max}} = \frac{2}{3} \exp\left(\frac{2a}{9}\right) - \frac{2}{3}.$$

2 1 领导厂商和 1 追随厂商实施二度价格歧视的博弈分析

假设寡头市场上有两个厂商, 厂商 1 实力较强(领导厂商), 厂商 2 实力较弱(追随厂商), 面对相同的非线性需求函数 $P = \exp(a - bQ)$ ($a, b > 0$), 它们各自选择自己的产量, 以使自己的收益最大. 现对 1 领导厂商和 1 追随厂商二度价格歧视问题进行博弈分析.

2.1 单一定价

假设厂商 1, 2 的产量分别为 q_1, q_2 , 其中 $Q = q_1 + q_2$ 为两厂商的产量之和, 两厂商的收益分别为: $u_1 = P'q_1, u_2 = P'q_2$. 由于实力相差悬殊, 产量选择由领导厂商 1 先进行, 追随厂商 2 则根据领

导厂商 1 的选择进行选择, 这是一个完全且完美信息动态博弈. 根据子博弈完美纳什均衡概念, 用逆推归纳法分析此博弈, 得出厂商 2 对厂商 1 的产量选择 q_1 的一个反应函数 $q_2 = \frac{a - bq_1}{2b}$.

厂商 1 在选择 q_1 时知道厂商 2 的产量 q_2 会根据 $q_2 = \frac{a - bq_1}{2b}$ 来确定, 所以厂商 1 的得益函数将转化为 $u_1(q_1) = \left[a - b \left(q_1 + \frac{a - bq_1}{2b} \right) \right] q_1$, 因此我们可以直接求出厂商 1 使自己收益最大的 $q_1^* = \frac{a}{2b}$, 此时 $q_2^* = \frac{a}{4b}$, 总产量 $Q = q_1^* + q_2^* = \frac{3a}{4b}$.

非线性需求函数下的价格 $P = \exp\left(\frac{a}{4}\right)$.

非线性需求下两寡头获取的最大收益之和 $(u_1 + u_2)_{\max} = \frac{3a}{4b} \exp\left(\frac{a}{4}\right)$.

非线性需求下的消费者剩余

$$CS = \frac{1}{b} \exp(a) - \left(\frac{1}{b} + \frac{3a}{4b} \right) \exp\left(\frac{a}{4}\right).$$

2.2 价格歧视

假设两厂商 1 和 2 的需求区间的分段和各分段的定价与 1.2 中的相同, 两寡头厂商各自进行价格歧视, 此时各自的收益为:

$$u_1^d = P'_1 q_{11} + P'_2 (q_{12} - q_{11})$$

$$u_2^d = P'_1 q_{21} + P'_2 (q_{22} - q_{21})$$

由于实力相差悬殊, 分段点决策由领导厂商 1 先进行, 追随厂商 2 根据领导厂商 1 的决策再确定自己的分段点取法, 这仍是一个完全且完美的信息动态博弈, 仍然用逆推归纳法分析此博弈, 得出寡头 2 对寡头 1 分段点取法 q_{11} 的一个反应函数 $q_{21} = \frac{1}{2}(q_{12} + q_{22} - q_{11})$.

所以寡头 1 的得益函数可转化为:

$$u_1^d(q_{11}) = \left[a - b \left(q_{11} + \frac{q_{12} + q_{22} - q_{11}}{2} \right) \right] q_{11} + \left[a - b(q_{12} + q_{22}) \right] (q_{22} - q_{11}).$$

由上式可得使寡头 1 收益最大的 $q_{11}^* = \frac{1}{2}(q_{12} | q_{22})$, 则 $q_{21}^* = \frac{1}{4}(q_{12} | q_{22})$.

由前面产量的决策分析, 取 $q_{12} = q_1^* = \frac{a}{2b}, q_{22} = q_2^* = \frac{a}{4b}$, 可得 $q_{11}^* = \frac{3a}{8b}, q_{21}^* = \frac{3a}{16b}$, 则非线性需求下两寡头在各自产量第一分段和第二分段的价格分别为:

$$P_1 = \exp\left(\frac{7a}{16}\right), P_2 = \exp\left(\frac{a}{4}\right).$$

非线性需求下两寡头获得的最大收益之和:

$$(u_1^d + u_2^d)_{\max} = \frac{9a}{16b} \exp\left(\frac{7a}{16}\right) + \frac{3a}{16b} \exp\left(\frac{a}{4}\right)$$

非线性需求下消费者剩余:

$$CS = \frac{1}{b} \exp(a) - \frac{3a+16}{16b} \exp\left(\frac{a}{4}\right) - \frac{9a}{16b} \exp\left(\frac{7a}{16}\right)$$

两寡头实施价格歧视使收益增长,收益增长率为:

$$\frac{(u_1^d + u_2^d)_{\max} - (u_1 + u_2)_{\max}}{(u_1 + u_2)_{\max}} = \frac{9}{12} \exp\left(\frac{3a}{16}\right) - \frac{9}{12}$$

3 两种情形的结果比较分析

将两实力相当寡头和 1 领导 1 追随厂商单一定价情形的结果列于表 1,得出结论 1:

结论 1:在非线形需求函数 $P = \exp(a - bQ)$ ($a, b > 0$) 下未实施价格歧视时,两实力相当寡头和 1 领导 1 追随厂商情形相比较,前者的总产量小于后者,价格高于后者,消费者剩余小于后者,而前者与后者的收益比较与参数 a 的取值有关。

下面给出实施单一定价时两种情形收益大小的比较与参数 a 的具体关系:

当 $a = 24\ln 3 - 36\ln 2 \approx 1.413$ 时,两种情形收

表 1 未实施价格歧视时两实力相当寡头和 1 领导 1 追随厂商情形比较

Table 1 Comparison of characteristics in the case of two oligarchic enterprises with equal power and a leading and a following one under single price

| | 总产量 | 价格 | 收益 | 消费者剩余 |
|--------------|-----------------|--------------------------------|--|---|
| 两实力相当寡头 | $\frac{2a}{3b}$ | $\exp\left(\frac{a}{3}\right)$ | $\frac{2a}{3b} \exp\left(\frac{a}{3}\right)$ | $\frac{1}{b} \exp(a) - \left(\frac{1}{b} + \frac{2a}{3b}\right) \exp\left(\frac{a}{3}\right)$ |
| 1 领导和 1 追随厂商 | $\frac{3a}{4b}$ | $\exp\left(\frac{a}{4}\right)$ | $\frac{3a}{4b} \exp\left(\frac{a}{4}\right)$ | $\frac{1}{b} \exp(a) - \left(\frac{1}{b} + \frac{3a}{4b}\right) \exp\left(\frac{a}{4}\right)$ |

表 2 实施价格歧视时两实力相当寡头和 1 领导 1 追随厂商情形比较

Table 2 Comparison of characteristics in the case of two oligarchic enterprises with equal power and a leading and a following one under second-degree price discrimination

| | 歧视价 | 收益 | 收益增长率 | 消费者剩余 |
|---------|----------------------------------|---|--|--|
| 两实力相当寡头 | $\exp\left(\frac{5a}{9}\right)$ | $\frac{4a}{9b} \exp\left(\frac{5a}{9}\right) + \frac{2a}{9b} \exp\left(\frac{a}{3}\right)$ | $\frac{2}{3} \exp\left(\frac{2a}{9}\right) - \frac{2}{3}$ | $\frac{1}{b} \exp(a) - \frac{2a+9}{9b} \exp\left(\frac{a}{3}\right) - \frac{4a}{9b} \exp\left(\frac{5a}{9}\right)$ |
| 领导和追随厂商 | $\exp\left(\frac{7a}{16}\right)$ | $\frac{9a}{16b} \exp\left(\frac{7a}{16}\right) + \frac{3a}{16b} \exp\left(\frac{a}{4}\right)$ | $\frac{9}{12} \exp\left(\frac{3a}{16}\right) - \frac{9}{12}$ | $\frac{1}{b} \exp(a) - \frac{3a+16}{16b} \exp\left(\frac{a}{4}\right) - \frac{9a}{16b} \exp\left(\frac{7a}{16}\right)$ |

结论 3:无论实施价格歧视与否,两实力相当寡头实施价格歧视比 1 领导厂商 1 追随厂商实施价格歧视所获得的消费者剩余要多,但两种情形的收益情况与参数 a 的取值有关。根据实际情况,如果确定的参数 a 的取值比较大 ($a > 1.413$) 时,此需求函数下两寡头厂商实施价格歧视时的消费者剩余和生产者利润的关系将与非线性需求 $P = \frac{A}{Q}$ ($A > 0$) 下所得的结论一致,此结论对于实际的经济工作有一定的指导价值。

益相当;

当 $0 < a < 1.413$ 时,两实力相当寡头的收益小于 1 领导 1 追随厂商的收益;

当 $a > 1.413$ 时,两实力相当寡头的收益大于 1 领导 1 追随厂商的收益。

将两实力相当寡头和 1 领导 1 追随厂商实施二度价格歧视情形下的结果列于表 2,得出结论 2:

结论 2:在非线形需求函数 $P = \exp(a - bQ)$ ($a, b > 0$) 下实施二度价格歧视时,两实力相当寡头和 1 领导 1 追随厂商情形相比较,前者的歧视价高于后者,消费者剩余前者小于后者,而两种情形收益的比较仍与参数 a 的取值有关。

下面给出实施价格歧视时两种情形收益大小的比较与参数 a 的具体关系:

当 $a \approx 1.259$ 时,两种情形收益相当;

当 $0 < a < 1.259$ 时,两实力相当寡头的收益小于 1 领导 1 追随厂商的收益;

当 $a > 1.259$ 时,两实力相当寡头的收益大于 1 领导 1 追随厂商的收益。

4 结 语

本文用博弈论的方法分析了在非线形需求函数 $P = \exp(a - bQ)$ ($a, b > 0$) 下,两实力相当寡头和 1 领导 1 追随厂商分别实施单一定价和二度价格歧视两种情形下消费者剩余和生产者收益之间的关系,研究结果具有一定的理论价值和实用价值。对于政府进行权衡生产者利润和消费者剩余,本文的结果具有一定的参考价值。但在实际的经济活动中,价格和需求量可能满足某种随机

关系,对于随机需求下寡头厂商二度价格歧视的分析较为复杂,希望以后拟文章进行研究.

致谢:在写本文的时候,我参考了不少前人的相关研究成果,对此,我衷心地感谢他们,同时我也感谢我的导师曾祥金教授,感谢曾老师能在百忙之中对本文进行批阅,并提出宝贵意见.

参考文献:

- [1] 唐小我.二度价格歧视的进一步研究[J].管理科学学报,2001,4(1):7-11.
- [2] 唐小我.非线性需求函数条件下二度价格歧视研究[J].电子科技大学学报,1999,28(1):78-83.
- [3] 高兴佑.非线性需求下寡头厂商二度价格歧视博弈分析[J].大理学院学报,2006,5(2):12-16.
- [4] 高兴佑.寡头厂商二度价格歧视静态和动态博弈分析[J].曲靖师范学院学报,2003,22(6):25-28.
- [5] Chen Shao Gang, Tang Xiao Wo, Zhang Shu Rong. Study on Divisional Number of Demands in case of Second-Degree Price Discrimination[A]. Proceedings of 2002 International Conference on Management Science and Engineering[C]. Moscow, Russia, 2002: 950-954.
- [6] 张维迎.博弈论与信息经济学[M].上海:上海人民出版社,2004,107-109.

Games of enterprises on second-degree price discrimination under the condition of nonlinear demand

LU Qian¹, ZENG Xiang-jin¹, ZHANG Yu²

(1. Department of Mathematics, School of Science, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China; 2. School of Math and Statistics, Huazhong Normal University, Wuhan 430079, China)

Abstract: Under the condition of a sort of typical nonlinear demand functions, with the question of second-degree price discrimination, we analyzed the method of second-degree price discrimination and compared its characteristics in the case of two oligarchic enterprises that have equal power and a leading and a following one by using the method of game theory. The conclusions show that consumer's surplus will be gained more on the grounds of second degree price discrimination being enforced by two oligarchic enterprises that have equal power. However, the comparison of two oligarchic enterprises revenue is related to the value of parameter a . The detailed relations between the two oligarchic enterprises revenue and the value of parameter a are presented here. The results of this paper are simple and easy to carry out.

Key words: nonlinear demand; oligarchic enterprises; second-degree price discrimination; game theory

本文编辑:萧 宁