

文章编号: 1674-2869(2016)03-0283-05

双声源驱动热声制冷机特征时间的熵产分析

陈浩, 吴锋*, 何秋石, 蒋智杰, 田一泽

武汉工程大学理学院, 湖北 武汉 430074

摘要: 在有限时间热力学理论的基础上, 对双声源驱动热声制冷机的回热器声场进行分析, 以特征时间为特征参数来表征热声系统的换能效应, 寻求特征时间与回热器熵产之间的最优关系以及其他因素对熵产率的影响。结果表明: 熵产率随着特征时间的减少, 到达一个极小点后再平缓增大, 通过调节阻抗比, 寻求到一个最佳阻抗比值所对应的最小熵产率, 存在一个最优特征时间使得系统的不可逆熵产最小, 此时不可逆能量损失最小, 有效的提高了双声源驱动热声制冷机效率, 有利于双声源驱动系统运行。

关键词: 双声源驱动; 热声制冷机; 回热器; 特征时间; 熵产

中图分类号: O302; TK11

文献标识码: A

doi: 10.3969/j.issn.1674-2869.2016.03.016

Entropy Production of Characteristic Time for Thermoacoustic Refrigerator by Double Acoustic Drivers

CHEN Hao, WU Feng, HE Qiushi, JANG Zhijie, TIAN Yize

School of Science, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430074, China

Abstract: The regenerator sound field of thermoacoustic refrigerator driven by dual sound source was analyzed on the basis of the theory of finite time thermodynamics. The characteristic time was used as parameters to characterize the transducer effect of thermoacoustic system, to obtain the optimal relationship between the characteristic time and regenerator entropy production, and explore the influence of other factors on the entropy production rate. The result shows that with the decrease of the characteristic time, the entropy production rate reaches a very small point and then increases again. By adjusting the impedance ratio, the minimum entropy production rate corresponding to a best impedance ratio is sought. The existence of an optimal characteristic time makes the irreversible entropy production of the system minimum. At this point, the irreversible energy loss is minimal, which effectively improves the efficiency of the thermoacoustic refrigerator driven by dual sound source, and is conducive to the system driven by double sound source.

Keywords: dual sound source driver; thermoacoustic refrigerator; regenerator; characteristic time; entropy production

1 引言

热声制冷机^[1-3]是基于热声效应原理的一种新型制冷机。它具备使用寿命长、可靠性高等特点, 主要使用对环境无害的气体(例如氦气、氮气等)作为工质, 且无运动部件, 能有效地消除机械磨损

等常规制冷机所存在的问题, 因具备上述优点而使其在最近几年备受关注。

热声系统性能取决于整个系统的声场。而在双声源热声系统中, 可以在回热器边界处调制出任意声场, 并在文献^[4]中给出了声场调制方法, 该方法操作简单, 只需要调节两个声源就能够调制

收稿日期: 2016-03-02

基金项目: 国家自然科学基金(51176143); 武汉工程大学研究生教育创新基金(CX2014029)

作者简介: 陈浩, 男, 硕士研究生. E-mail: chen hao644681298@163.com

* 通讯作者: 吴锋, 男, 博士, 教授. E-mail: wufeng@mail.wit.edu.cn

出所需任意稳定频率、稳定压力振幅和稳定相角的回热器边界声场. 同时该系统也可以作为双声源驱动热声制冷机的理论模型.

熵产^[5]是衡量不可逆热力学过程的指标. 熵产由不可逆传热和流体的黏性流动所引起, 这两部分熵产生对某些参数来说并非总是同向变化的, 从而存在某个数值使系统的总熵产为最小, 并意味着系统的可用能量损失最小. 熵产分析可以揭示系统过程的不可逆程度, 从而反映系统能量利用的效率. 由于熵产分析和有限时间热力学分析的方法有着本质的联系, 本文对双声源驱动热声制冷机的回热器内流动与换热过程的熵产表达式进行推导, 分析双声源驱动热声制冷机特征时间及阻抗比对熵产率的影响.

2 双声源驱动热声制冷机回热器声场

在双声源驱动热声制冷机中, 流相工质的压力和振荡速度的一阶波动量^[5]可表示为

$$p_1 = z^v (C_1 J^v(z) + C_2 Y^v(z)) \quad (1)$$

$$u_1 = \frac{iR(1-f_v)|\alpha|}{2Mp_0} z^v + 1(C_1 J_{v-1}(z) + C_2 J_{v-1}(z)) \quad (2)$$

式(2)中, $i = \sqrt{-1}$, $v = \frac{f_k - f_v}{(1-f_v)(1-\sigma)}$,

$z = 2 \left(\frac{1 + (\gamma-1)f_k}{\gamma(1-f_v)} \frac{M}{R} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\omega}{|\alpha|} T_m^{\frac{1}{2}}$, 显然 z 是无量纲化

坐标, v 无量纲参数. p 和 u 分别是流相工质的压力和速度, 下标 0 和 1 分别表示平均量和一阶波动量. σ 、 R 、 M 、 ω 、 α 分别是普朗特数、气体的理想气体常数、相对分子质量、声波角频率、相角. $J_v(z)$ 为 v 阶 Bessel 函数, $Y_v(z)$ 为 v 阶 Neumann 函数.

f_k 和 f_v 是回热器的截面平均导热分布函数和截面平均黏性分布函数, 对于平行板型回热器, f_k 和 f_v 关于特征时间^[7] $\omega\tau$ 的表达式为:

$$f_k = \frac{\tanh[(1+i)y_0\sqrt{\omega\tau_k}/r_0]}{(1+i)y_0\sqrt{\omega\tau_k}/r_0}$$

$$f_v = \frac{\tanh[(1+i)y_0\sqrt{\omega\tau_v}/\sqrt{\sigma}r_0]}{(1+i)y_0\sqrt{\omega\tau_v}/\sqrt{\sigma}r_0}$$

其中 $\omega\tau_k$ 、 $\omega\tau_v$ 分别表示热弛豫特征时间和黏性弛豫特征时间, 它们是评价整个热声系统性能参数的重要指标, 同时可表征整个热声系统的换能效应. 热声系统的特征时间 $\omega\tau$ 还决定了回热器的特征尺寸(侵入层厚度 δ)和谐振管长度.

根据热声理论, 回热器中流相工质的一阶振荡温度为:

$$T_1 = \frac{T_0\beta_0}{\rho_0 c_0} p_1 (1-h_k) + \quad (3)$$

$$\frac{1}{(i\omega)^2 \rho_0} \frac{dp_1}{dx} \frac{dT_m}{dx} \left(1 + \frac{\sigma}{1-\sigma} h_u - \frac{1}{1-\sigma} h_k \right)$$

$$\text{其中, } h_u = \frac{\cosh[(i-1)y\sqrt{\omega\tau_v}/r_0]}{\cosh[(i-1)y_0\sqrt{\omega\tau_v}/r_0]}$$

$$h_k = \frac{\cosh[(i-1)y\sqrt{\omega\tau_k}/r_0]}{\cosh[(i-1)y_0\sqrt{\omega\tau_k}/r_0]}$$

式(1)~(3)描述了双声源热声制冷机中回热器的声场. 当双声源驱动热声制冷机稳定工作时, 流相工质中存在稳定的沿回热器纵向(x 方向)传播的声波, 若令回热器两边界在谐振管中的坐标分别为 z_A 和 z_B , 两边界处声压的一阶波动量为 p_A 和 p_B , 则有边界条件: $p(z_A) = p_A$, $p(z_B) = p_B$, 代入式(1), 得到 C_1 和 C_2 的表达式, 分别为

$$\begin{cases} C_1 = \frac{p_A z_B^v Y_v(z_B) - p_B z_A^v Y_v(z_A)}{z_A^v z_B^v (J_v(z_A) Y_v(z_B) - J_v(z_B) Y_v(z_A))} \\ C_2 = \frac{p_A z_B^v J_v(z_B) - p_B z_A^v J_v(z_A)}{z_A^v z_B^v (Y_v(z_A) J_v(z_B) - Y_v(z_B) J_v(z_A))} \end{cases} \quad (4)$$

3 双声源驱动热声制冷机特征时间的熵产分析

如在考虑黏性时, 热声系统的能量守恒方程可写为

$$\frac{dE}{dt} + p \frac{dV}{dt} = V\varphi - V\nabla \cdot q \quad (5)$$

式(5)中, E 、 q 、 V 和 φ 分别为流相工质的比内能、热流量、比体积和黏性耗散函数.

令流相工质与回热器壁面之间的换热符合 Fourier 导热定律, 由 $q = -\kappa \nabla_{\perp} T$ 可得

$$\nabla \cdot q = - \left[T \nabla \cdot \left(\frac{\kappa \nabla_{\perp} T}{T} \right) + \frac{\kappa}{T} (\nabla_{\perp} T)^2 \right] \quad (6)$$

将式(6)代入式(5)中, 得到

$$\frac{dE}{dt} + p \frac{dV}{dt} - VT \nabla \cdot \left(\frac{\kappa \nabla_{\perp} T}{T} \right) = V\varphi - \frac{V\kappa}{T} (\nabla_{\perp} T)^2 \quad (7)$$

联立式(7)和 Gibbs 方程 $Tds = dE + pdV$, 并略去高阶小量, 得到

$$\rho_0 \frac{dS}{dt} - \nabla \cdot \left(\frac{\kappa \nabla_{\perp} T}{T_0} \right) = \frac{\varphi}{T_0} + \kappa \left(\frac{\nabla_{\perp} T}{T_0} \right)^2 \quad (8)$$

式(8)中, S 为单位体积的熵, ρ_0 为流体密度, ∇_{\perp} 为横向(y 方向)梯度.

在式(8)中,左边第一项为单位体积流体的熵增率,第二项为熵流;右边第一项为黏性不可逆性所引起的熵产率^[8-11],第二项为热传导不可逆性引起的熵产率.因此单位体积流体的不可逆性熵产率可写为

$$\dot{S}_i = \frac{\varphi}{T_0} + \frac{\kappa}{T_0^2} (\nabla_{\perp} T^2) \quad (9)$$

在小扰动条件下,黏性耗散函数 φ 可写成

$$\varphi = \mu (\nabla_{\perp} u)^2 \quad (10)$$

将式(10)代入式(9)中,并取时间平均得

$$\dot{S}_i = \frac{\mu}{2T_0} (\nabla_{\perp} u \cdot \nabla_{\perp} u^*) + \frac{\kappa}{2T_0^2} (\nabla_{\perp} T \cdot \nabla_{\perp} T^*) \quad (11)$$

将式(2)和(3)代入式(11),并取实部,得到回热器任意一位置处的时均熵产率为

$$\begin{aligned} \dot{S}_{ir} = \rho_0 & \left(\frac{iR(1-f_v)|\alpha|}{2Mp_0} \omega z^{v+1} (C_1 J_{v-1}(z) + C_2 Y_{v-1}(z)) \right)^2 \times \\ & \{ A_1 F_{\mu} F_{\mu}^* + A_2 F_k F_k^* + A_3 \operatorname{Im}(F_{\mu} F_k^*) + \\ & A_4 [\sigma F_{\mu} F_{\mu}^* + F_k F_k^* - 2\sqrt{\sigma} \operatorname{Re}(F_{\mu} F_k^*)] \} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{其中, } A_1 &= \frac{\omega}{2T_0}, \quad A_2 = \frac{\omega T_0^2 \beta^2 c^2 Z^2}{2c_p T_0^2}, \\ A_3 &= \frac{T_0 \beta c Z \sigma}{(1-\sigma) T_0^2} \frac{dT_0}{dx}, \quad A_4 = \frac{c_p}{2\omega(1-\sigma)^2 T_0^2} \left(\frac{dT_0}{dx} \right)^2, \\ Z &= \frac{p_1(x)}{u_1(x) \rho_0 c}, \quad F_{\mu} = \frac{\sinh[(1+i)\sqrt{\omega\tau_v} y/y_0]}{\cosh[(1+i)\sqrt{\omega\tau_v}]}, \\ F_k &= \frac{\sinh[(1+i)\sqrt{\omega\tau_k} y/y_0]}{\cosh[(1+i)\sqrt{\omega\tau_k}]}. \end{aligned}$$

而 Z 、 y_0 分别表示阻抗比和板间距,“*”表示复共轭.

很明显,式(12)表明回热器的时均熵产率与 y 有关,即时均熵产率沿横向截面有一分布,对式(12)取截面平均,得到回热器截面分布熵产率为

$$\begin{aligned} \dot{S}_{ir} = \langle \dot{S}_{ir} \rangle &= \frac{1}{y_0} \int_0^{y_0} \dot{S}_{ir} dy = \rho_0 \\ & \left(\frac{iR(1-f_v)|\alpha|}{2Mp_0} \omega z^{v+1} (C_1 J_{v-1}(z) + C_2 Y_{v-1}(z)) \right)^2 \\ & [A_1 F_1 + A_2 F_2 + A_3 F_3 + A_4 (\sigma F_1 + F_2 - 2\sqrt{\sigma} F)] \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{其中: } F_1 = \frac{(a_1 - b_1)}{2\sqrt{\omega\tau_v}}, \quad F_2 = \frac{(a_1 - b_1)}{2\sqrt{\omega\tau_k}}$$

$$F_3 = -\frac{[a_2 + b_2 - \sqrt{\sigma}(a_1 + b_1)]}{2(1+\sigma)\sqrt{\omega\tau_v}}$$

$$F_4 = \frac{[a_2 - b_2 + \sqrt{\sigma}(a_1 - b_1)]}{2(1+\sigma)\sqrt{\omega\tau_k}}$$

$$\text{而 } a_1 = \operatorname{Re}\{\tanh[(1+i)\sqrt{\omega\tau_v}]\}$$

$$a_2 = \operatorname{Re}\{\tanh[(1+i)\sqrt{\omega\tau_k}]\}$$

$$b_1 = \operatorname{Im}\{\tanh[(1+i)\sqrt{\omega\tau_v}]\}$$

$$b_2 = \operatorname{Im}\{\tanh[(1+i)\sqrt{\omega\tau_k}]\}$$

Re 和 Im 分别代表实部和虚部.

4 数值算例分析

4.1 特征时间对熵产率的影响

以平板回热器为例进行数值计算.装置内填充氮气,各参数如下:充气压力 0.8 MPa,平均温度 400 K,气体的比热容比 $\gamma=1.4$,密度 $\rho_0=6.7235 \text{ kg/m}^3$,热导率 $K=32.51 \times 10^{-3} \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$,定压比热 $c_p=1.0510 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$,普朗特数 $\sigma=0.68$,板间距 $2y_0=0.003 \text{ m}$, 0.006 m , 0.009 m ,温度梯度 $\frac{dT_0}{dx}=2000 \text{ K/m}$, 3000 K/m , 4000 K/m .根据以上参数,以特征时间为横坐标,并以回热器截面分布熵产率 \dot{S}_{ir} 为纵坐标,取不同的温度梯度及板间距,可以得到如图 1~4 所示.

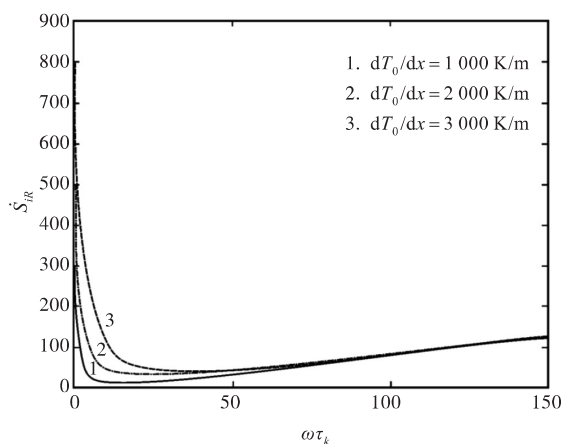


图1 \dot{S}_{ir} 与 $\omega\tau_k$ 的关系($y_0=0.0015 \text{ m}$)

Fig.1 Effects of $\omega\tau_k$ on the values of \dot{S}_{ir} ($y_0=0.0015 \text{ m}$)

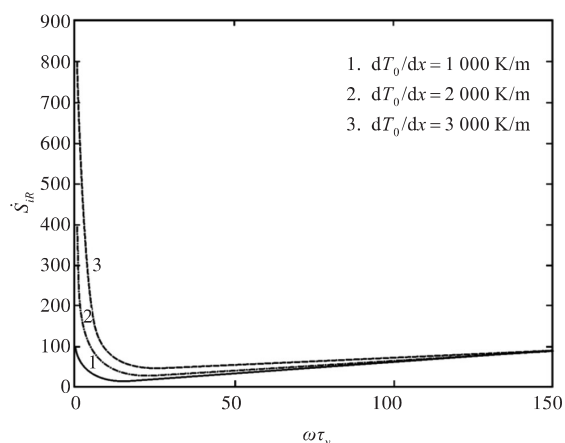


图2 \dot{S}_{iR} 与 $\omega\tau_v$ 的关系 ($y_0 = 0.0015$ m)

Fig. 2 Effects of $\omega\tau_v$ on the values of \dot{S}_{iR} ($y_0 = 0.0015$ m)

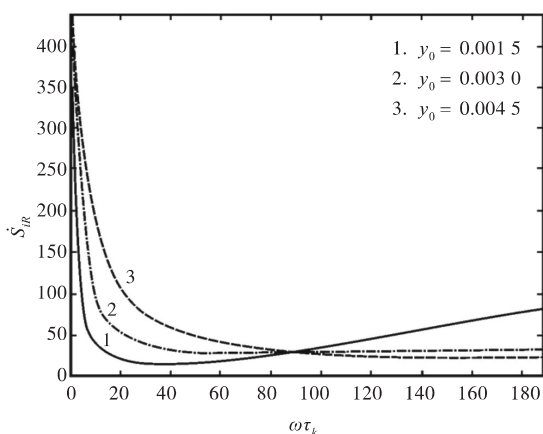


图3 \dot{S}_{iR} 与 $\omega\tau_k$ 的关系 ($dT_0/dx = 1000$ K/m)

Fig. 3 Effects of $\omega\tau_k$ on the values of \dot{S}_{iR}
($dT_0/dx = 1000$ K/m)

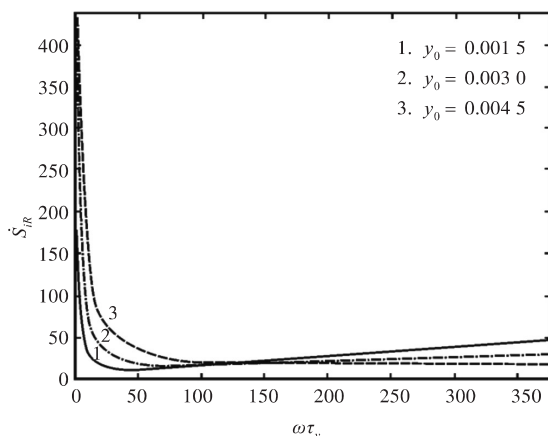


图4 \dot{S}_{iR} 与 $\omega\tau_v$ 的关系 ($dT_0/dx = 1000$ K/m)

Fig. 4 Effects of $\omega\tau_v$ on the values of \dot{S}_{iR}
($dT_0/dx = 1000$ K/m)

回热器截面分布熵产率 \dot{S}_{iR} 随特征时间 $\omega\tau_k$ 、 $\omega\tau_v$ 的变化都有这样一个过程: \dot{S}_{iR} 随着特征时间 $\omega\tau_k$ 、 $\omega\tau_v$ 急剧减小, 到达一个极小点以后再平缓增大. 在特征时间 $\omega\tau_k$ 、 $\omega\tau_v$ 值较小时, 熵产率 \dot{S}_{iR}

较大, 即不可逆熵产较大, 此时热声系统不可逆程度较大, 能量损失较大, 能量转换效率较低, 不利于双声源热声系统的运行. 在急剧减小变化以后, 且变化相对平缓, 即有一最优特征时间 $\omega\tau_k$ 、 $\omega\tau_v$ 使 \dot{S}_{iR} 为最小值, 换句话说, 就是存在一个最优特征时间 $\omega\tau_k$ 、 $\omega\tau_v$ 使得系统的不可逆熵产最小, 此时不可逆能量损失最小.

4.2 阻抗比对熵产率的影响

以阻抗比 Z 为横坐标, 回热器截面分布熵产率 \dot{S}_{iR} 为纵坐标, 分别取 $\omega\tau_k$ 和 $\omega\tau_v$ 为 0.5、1.5、2.5, 其他参数与 4.1 节相同, 可以得到图 5 和图 6.

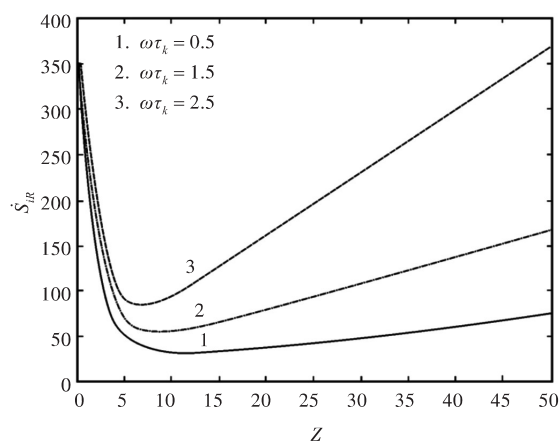


图5 \dot{S}_{iR} 与 Z 的关系 ($\omega\tau_k = 0.5, 1.5, 2.5$)

Fig. 5 Effects of Z on the values of \dot{S}_{iR} ($\omega\tau_k = 0.5, 1.5, 2.5$)

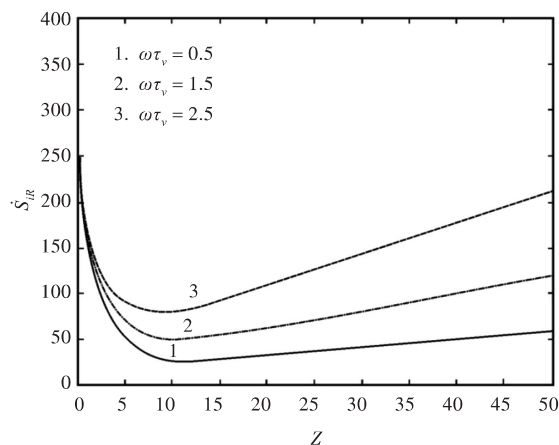


图6 \dot{S}_{iR} 与 Z 的关系 ($\omega\tau_v = 0.5, 1.5, 2.5$)

Fig. 6 Effects of Z on the values of \dot{S}_{iR} ($\omega\tau_v = 0.5, 1.5, 2.5$)

由图 5 和 6 可知, 回热器截面分布熵产率 \dot{S}_{iR} 随阻抗比 Z 先减小后增大, 同时存在一个 Z 值使 \dot{S}_{iR} 最小, 这是导热不可逆性与粘滞不可逆性耦合的结果. 通过调节阻抗比 Z , 可以寻求一个最佳的阻抗比值所对应的最小熵产率, 使熵产率最小可提高热声系统回热器的性能, 有利于双声源热声

系统的工作运行。

5 结 语

在双声源驱动热声制冷机回热器流相工质的声压和速度分布表达式的基础上,结合特征时间为特征参数,通过理论计算得到回热器中关于特征时间的声场表达式。

对双声源驱动热声制冷机回热器熵产进行分析,将特征时间与回热器熵产率的优化关系进行理论分析及数值计算。数值计算结果表明,熵产率随着特征时间急剧减小,达到一极小值点后,平缓增大,为了有利于双声源驱动系统运行,应选取熵产率较小且增大趋势平缓的时刻所对应的特征时间值,同时还考查了阻抗比对熵产率的影响。

参考文献:

- [1] 吴锋,李青,郭方中,等. 热声理论的研究进展[J]. 武汉工程大学学报,2012,34(1):1-6.
WU F, LI Q, GUO F Z, et al. Advance in thermoacoustic theory [J]. Journal of Wuhan institute technology, 2012,34(1):1-6.
- [2] 鄂青,沈秋婉,陈秋霞. 热声制冷机[J]. 真空与低温, 2009,15(33):117-119.
E Q, SHEN Q W, CHEN Q X. Thermoacoustic refrigerator [J]. Vacuum and cryogenics, 2009, 15 (33) : 117-119.
- [3] 吴锋,汪拓,费锦华,等. 热声网络的辛矩阵分析[J]. 热科学与技术,2013,12(4):283-289.
WU F, WANG T, FEI J H, et al. Symplectic matrix analysis of thermoacoustic network [J]. Journal of thermal science and technology, 2013,12(4):283-289.
- [4] 李雷,谢秀娟,周立华,等. 双声源法调制回热器边界声场的理论分析[J]. 低温工程,2009,172(6):30-35.
LI L, XIE Y J, ZHOU L H, et al. Theoretical analysis for modulating acoustic boundary conditions of a regenerator by double acoustic drivers[J]. Cryogenics, 2009, 172(6):30-35.
- [5] 孟繁孔,李志信. 驻型波热声制冷机熵产分析[J]. 工程热物理学报,2006,27(3):508-510.
MENG F K, LI Z X. Entropy generation analysis of standing wave thermoacoustic refrigerator[J]. Journal of engineering thermophysics, 2006,27(3):508-510.
- [6] 周立华,谢秀娟,李雷,等. 双声源驱动热声系统声场调制研究[J]. 工程热物理学报,2012,33(1):27-31.
ZHOU L H, XIE Y J, LI L, et al. Study of modulating acoustic field in the thermoacoustic system by double acoustic drivers[J]. Journal of engineering thermophysics, 2012,33(1):27-31.
- [7] 张春萍. 热声核特征参数实验研究及高频微型热声实验装置的研制[D]. 武汉:华中科技大学,2011.
- [8] 姚寿广. 对流热质传递过程的熵产分析及优化[J]. 华东船舶工业学院学报,1993,7(3):101-107.
YAO S G. Analysis and optimization of entropy production in the process of convective heat transfer[J]. Journal of hechinormal college, 1993,7(3):101-107.
- [9] BEJAN A. The thermodynamic design of heat and mass transfer process and devices [J]. Heat and fluid flow, 1987,8(4):398-406.
- [10] BEJAN A. Entropy generation through heat and fluid flow[M]. New york: Wiley, 1982.
- [11] XIE Y J, GAO G, LI Q. Analysis of entropy generation rate inside the stack of standing-wave thermoacoustic refrigerator[J]. Journal of engineering thermophysics, 2012,43(9):609-612.

本文编辑:陈小平